

MAT 537 FONKSİYONLAR TEORİSİ I
ÖDEV SORULARI

1. Kompleks sayıların sıralı bir sayı sistemi olmadığını ispatlayınız.
2. $Arg(z_1 z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$ eşitliğinin her zaman gerçekleşmediğini gösteriniz.
3. $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ olduğunu ispatlayınız (*De Moivre Formülü*).
4. $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $1^{1/n}$ tüm köklerini hesaplayınız ve bunların birim çember üzerindeki düzgün poligonun (n -genin) köşeleri olduğunu gösteriniz.
5. $0 < \theta < \pi$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere aşağıdaki eşitliğin doğruluğunu gösteriniz:

$$1 + \cos \theta + \cos 2\theta + \dots + \cos n\theta = \frac{1}{2} + \frac{\sin(n + \frac{1}{2})\theta}{2 \sin \frac{\theta}{2}}.$$

6. $S_1 := \{(x_0, y_0) : x_0^2 + y_0^2 = 1\}$ olmak üzere $\varphi : S_1 \setminus \{(0, 1)\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi(x_0, y_0) = x$ olacak şekilde 1:1, örten ve sürekli olan steografik iz düşüm fonksiyonunu ve φ^{-1} ters fonksiyonunu inşa ediniz.
7. $S_2 := \{(x_0, y_0, z_0) : x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 1\}$ olmak üzere $\varphi : S_2 \setminus \{(0, 0, 1)\} \rightarrow \mathbb{C} = \mathbb{R}^2$, $\varphi(x_0, y_0, z_0) = z = x + iy$ olacak şekilde 1:1, örten ve sürekli olan steografik iz düşüm fonksiyonunu ve φ^{-1} ters fonksiyonunu inşa ediniz.
8. $\omega = z^2$ dönüşümü altında $y = k$ ($k \in \mathbb{R}$) yatay doğrularının görüntüsünü bulunuz, temsilci bazı yatay doğrular seçerek elde edilen görüntüleri karşılık gelen düzlemlerde gösteriniz.
9. $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ fonksiyonu bir D bölgesinde analitik olsun. Eğer D üzerinde $|f|$ sabit ise, f nin de sabit olacağını gösteriniz.
10. Kartezyen formdaki Cauchy Riemann Denklemlerinin kutupsal formunu elde ediniz; yani

$$u_r = \frac{1}{r}v_\theta \quad \text{ve} \quad v_r = -\frac{1}{r}u_\theta$$

olduğunu ispatlayınız:

11. $\omega = \sin z$ dönüşümü altında $y = k$ ($k \in \mathbb{R}$); $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ yatay doğru parçalarının görüntülerini bulunuz ve temsilci bazı yatay doğru parçaları seçerek elde edilen görüntüleri karşılık gelen düzlemlerde gösteriniz.

Güncelleme tarihi: 27/02/2016.