MAT 412 - MAT 538 ÖDEV SORULARI

1. Aşağıdaki kompleks terimli dizilerin yakınsak olup olmadığını araştırınız.

   (a) $(z_n) = \left(\dfrac{ni^n}{n+1} \right)$

   (b) $(z_n) = \left(\left(\dfrac{1+i}{2} \right)^n \right)$.

2. $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z-i)^k}{k2^k}$ kuvvet serisinin yakınsaklık yarıçapını bulunuz. Yakınsaklık çemberi üzerinde en az bir noktada serinin mutlak yakınsak olmadığını gösteriniz.

3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-1}{z+2} \right)^k$ serisinin yakınsak olduğu kümeyi bulunuz ve bunu kompleks düzlemde gösteriniz.

4. $\dfrac{1}{1-z} = -z^{-1} - z^{-2} - z^{-3} - \cdots$ eşitliği hangi z kompleks sayıları için geçerlidir, neden?

5. Aşağıdaki fonksiyonların Maclaurin seri açılımlarını bulunuz ve geçerli olduğu bölgeleri belirleyiniz.

   (a) $f(z) = ze^{-z^2}$

   (b) $f(z) = \dfrac{1}{(1+2z)^2}$

   (c) $f(z) = \cosh z$

6. Aşağıdaki fonksiyonların seri açılımlarını yapmadan yanlarında yazılı noktalardaki Taylor serileri için yakınsaklık çemberlerini belirleyiniz.

   (a) $f(z) = \dfrac{4+5z}{1+z^2}, \quad z_0 = 2+5i$

   (b) $f(z) = \dfrac{z-1}{3-z}, \quad z_0 = 1$

   (c) $f(z) = \cos z, \quad z_0 = \dfrac{\pi}{4}$

7. Rezidü Teoremi yardımıyla aşağıdaki kompleks integralleri hesaplayınız.

   (a) $\displaystyle\oint_C \frac{z}{(z-1)^2(z^2+16)} dz, \quad C : |z-1| = 1 \text{ (pyy)}$

   (b) $\displaystyle\oint_C e^{1/z} \sin\left(\frac{1}{z}\right) dz, \quad C : |z| = 1 \text{ (pyy)}$

   (c) $\displaystyle\oint_C \left(z^2 e^{1/(\pi z)} + \frac{ze^z}{z^4 - \pi^4} \right) dz, \quad C : 4x^2 + y^2 = 16 \text{ (pyy)}$

8. Aşağıdaki integrallerin Cauchy esas değerlerini hesaplayınız.

(a) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^2dx}{x^6+1}$

(b) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+4)^2}dx$

9. Aşağıdaki trigonometrik integralleri hesaplayınız.

(a) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{d\theta}{1+\sin^2\theta}$

(b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2\theta}{3+\sin\theta}d\theta$

10. Aşağıdaki integralleri hesaplarken Argüment İlkesi'nden yararlanınız.

(a) $\displaystyle\oint_C \frac{16z^3+2(1-i)}{4z^4+2(1-i)z+1}dz,\ \ C:|z|=1$ (pyy)

(b) $\displaystyle\oint_C \frac{z^2\left(z+\frac{3i}{4}\right)}{z^4+iz^3+1}dz,\ \ C:|z|=\frac{3}{2}$ (pyy)

11. f, bir z_0 noktasında analitik olsun ve $n>1$ olmak üzere $f'(z_0)=f''(z_0)=\cdots=f^{(n-1)}(z_0)=0$ ve $f^{(n)}(z_0)\neq 0$ koşulları gerçeklensin. Bu durumda $g(z)$, z_0 da analitik bir fonksiyon ve $g(z_0)=0$ olmak üzere

$$f(z)=f(z_0)+\frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}(z-z_0)^n\left(1+g(z)\right)$$

şeklinde yazılabileceğini ispatlayınız.

12. Aşağıdaki fonksiyonların konform oldukları kümeleri belirleyiniz.

(a) $f(z)=4z-e^{2z}+3i$

(b) $f(z)=ze^{z^2}$

13. $T(z)=\dfrac{z-1}{z}$ kesirli lineer dönüşümü altında $|z-i|\leq 1$ diskinin görüntüsünü bulunuz.

14. Aşağıdaki z_1,z_2,z_3 noktalarını sırasıyla $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ noktalarına karşılık getiren kesirli lineer dönüşümleri bulunuz.

(a) $z_1=i,\ z_2=0,\ z_3=-i$ ve $\omega_1=0,\ \omega_2=1,\ \omega_3=\infty$

(b) $z_1=1,\ z_2=i,\ z_3=-i$ ve $\omega_1=-1,\ \omega_2=0,\ \omega_3=3$

Güncelleme tarihi: 27/06/2018

NOT: Ödevler 19/07/2018 tarihine kadar teslim edilmelidir.