

Adı ve Soyadı:

11 Ekim 2013

No:

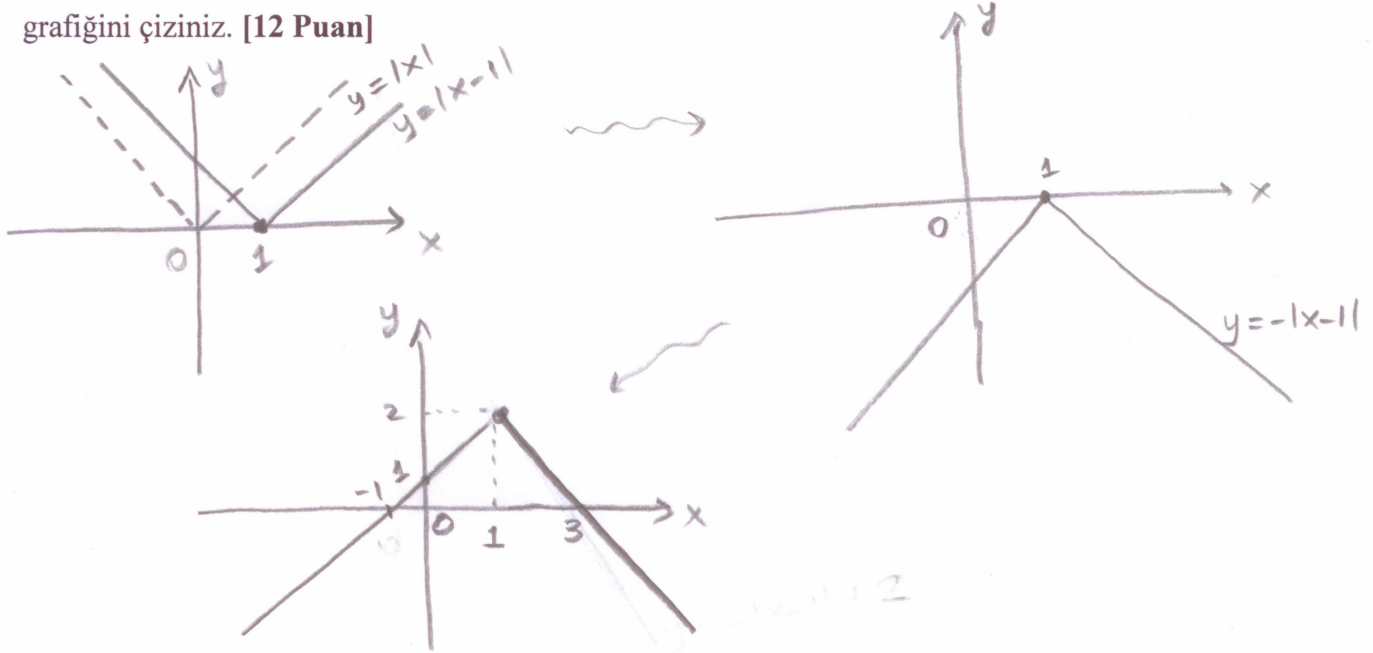
İmza:

1	2	3	4	Toplam

MAT 103 GENEL MATEMATİK I

I. ARASINAV SORULARI

1) (a) $f(x) = |x|$ fonksiyonunun grafiğinden yararlanarak $g(x) = -|x-1| + 2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. [12 Puan]



(b) $f(x) = \sqrt{x-1} + \log(4-x^2)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. [13 Puan]

$x \geq 1$ ve $4-x^2 > 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow x \geq 1$ ve $-2 < x < 2$

\Rightarrow Tanım kümesi = $D_f = [1, +\infty) \cap (-2, 2)$
 $= [1, 2)$ bulunur.

2) $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq 0 \text{ ise} \\ 2x - 2, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

(a) f nin $x_0 = 0$ noktasında sürekli olabilmesi için a sayısı kaç olmalıdır? [12 Puan]

$x_0 = 0$ da sürekli olabilmesi için

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \quad \text{olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + a) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x - 2)$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -2} \quad \text{bulunur.}$$

(b) Aynı a sayısı için $f'(0)$ mevcut olur mu, neden? [13 Puan]

$f'(0)$ türevinin mevcut olabilmesi için

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \quad \text{limitinin mevcut olması gerekir.}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{(h^2 - 2) - (-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} (h) = 0$$

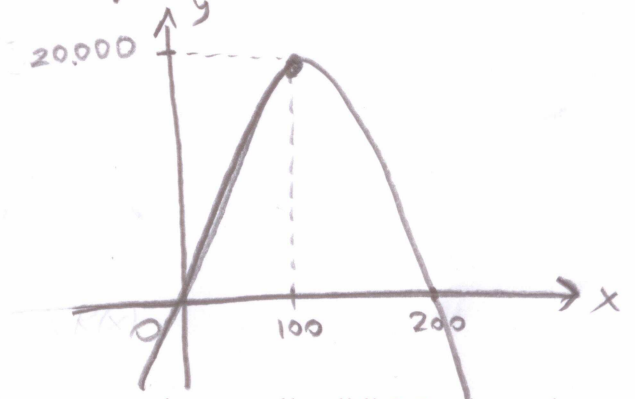
$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(2h - 2) - (-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} (2) = 2$$

bu değerler farklı olduğundan $f'(0)$ mevcut değildir.

- 3) Bir güneş gözlüğü üretip satan bir firmanın x adet güneş gözlüğü üretiminde, ürün başına toptan satış fiyatının (yani, fiyat-talep fonksiyonunun) $p(x) = 400 - 2x$ olduğu bilinmektedir. x adet gözlük satışından elde edilen toplam gelir $R(x) = xp(x)$ TL olduğuna göre;

(a) $R(x)$ gelir fonksiyonunun grafiğini çiziniz. [8 Puan]

$R(x) = xp(x) = x(400 - 2x)$ bir parabol olup grafiği şu şekildedir:



(b) Maksimum gelir elde edebilmek için kaç adet güneş gözlüğü üretilmelidir? Bu durumda maksimum gelir kaç TL olur? [9 Puan]

$x=100$ adet gözlük ürettiğinde maksimum gelir elde edilir.

$$R(100) = 100(400 - 200) = 20.000 \text{ TL} \\ \text{(maksimum gelir)}$$

(c) Maksimum gelir elde edebilmek için bir güneş gözlüğünün toptan satış fiyatı kaç TL olmalıdır? [8 Puan]

$$p(100) = 400 - 2 \cdot 100 = 200$$

bir gözlük 200 TL'ye satılırsa maksimum gelir elde edilir.

4) (a) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+3}}$ fonksiyonunun grafiğine $x_0 = 1$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun

denklemini bulunuz. [10 Puan]

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x^2+3} \right)^{-1/2} \cdot \left[\frac{x^2+3-2x^2}{(x^2+3)^2} \right]$$

$$\Rightarrow m = f'(1) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{4^2} = \frac{1}{8} \text{ (teğetin eğimi)}$$

$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow (1, \frac{1}{2})$ noktasından geçen teğet

$$y - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}(x-1) \Rightarrow \boxed{y = \frac{x}{8} + \frac{3}{8}}$$

(b) $g(x) = \frac{x^2+x-6}{2x^2-8}$ olmak üzere aşağıdaki limitleri araştırınız. [15 Puan]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x-6}{2x^2-8} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1+\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2})}{2x^2(1-\frac{4}{x^2})} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2)}{2(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{2(x+2)} = \frac{5}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+3)(x-2)}{2(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+3}{2(x+2)} = +\infty$$