

Adı ve Soyadı:

08 Kasım 2015

Bölümü:

No:

İmza:

1	2	3	4	Toplam

MAT 103 GENEL MATEMATİK I --- ARASINAV SORULARI

- 1) (a) 5000 TL, %10 yıllık faiz oranıyla dört ayda bir birleştirilerek faize bırakılırsa, 5 yılın sonunda kaç TL olur? [12 Puan]

$$A = P \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt} \text{ formülünde } \begin{cases} P = 5000 \\ r = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \\ m = 3, t = 5 \end{cases} \text{ alınır}$$
$$A = 5000 \left(1 + \frac{1}{30}\right)^{15} = \boxed{5000 \cdot \left(\frac{31}{30}\right)^{15} \text{ TL.}} \text{ bulunur}$$

- (b) Bir şirketin geliri, sürekli bileşik olarak yıllık %3 artmaktadır. Buna göre kaç yıl sonra şirketin geliri 3 katına ulaşır? ($\ln 3 \approx 1.38$ alınır). [13 Puan]

$$A = P e^{rt} \text{ formülünde } A = 3P, r = \frac{3}{100} \text{ alınırsa}$$
$$3P = P e^{\frac{3t}{100}} \Rightarrow e^{\frac{3t}{100}} = 3$$
$$\Rightarrow \frac{3t}{100} = \ln 3 \approx 1.38 \text{ olduğundan}$$
$$3t = 138 \Rightarrow \boxed{t = 46} \text{ yıl bulunur.}$$

- 2) (a) $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \geq 1 \text{ ise} \\ 2bx^2, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$ şeklinde tanımlanan fonksiyonun $f(1) = 10$ koşulunu gerçeklediği bilinmektedir. f nin $x = 1$ de sürekli olabilmesi için a ve b reel sayıları kaç olmalıdır? [12 Puan]

$$f(1) = 10 \Rightarrow \boxed{a + b = 10} \text{ ve}$$

f $x = 1$ de sürekli olduğundan

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olmalıdır. Buradan

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2bx^2) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+b) \Rightarrow 2b = a+b \Rightarrow \boxed{a = b}$$

O halde $\boxed{a = b = 5}$ olmalıdır.

- (b) $\frac{x^2 - x + 2}{x - 4} \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. [13 Puan]

$x^2 - x + 2 = 0$ denkleminin kökü yoktur
(çünkü $\Delta = (b^2 - 4ac) = 1 - 8 = -7 < 0$)

aslında $x^2 - x + 2 = (x - \frac{1}{2})^2 + 2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0$ dir.

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$ (ifadeyi tanımlayan değer)

x		4	
$x^2 - x - 2$	+		+
$x - 4$	-		+
$\frac{x^2 - x + 2}{x - 4}$	-		+

$\boxed{F.K = (4, +\infty)}$

3) Aşağıdaki limitleri araştırınız.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{8x^2}{\cos x - 1} \right)$ [8 Puan] $\frac{0}{0}$ belirsizliği var.

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{16x}{-\sin x}$ (yine $\frac{0}{0}$ belirsizliği var)

$= \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{16}{\cos x} = \boxed{-16}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 - x + 7}{2x^3 + 5x^2 + x - 11} \right)$ [8 Puan] $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği var

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 1}{6x^2 + 10x + 1}$ $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x}{12x + 10}$ $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{18}{12} \right) = \boxed{\frac{3}{2}}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{1/x}$ [9 Puan] 1^∞ belirsizliği var

$(1+x)^{1/x} = y \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(1+x)$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln y) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x}$ $\left(\frac{0}{0} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1/(1+x)}{1} = 1$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{1/x} = \boxed{e}$ olur.

4) (a) $f(x) = x^2 \ln(2x+1)$ fonksiyonunu türevini hesaplayınız. [8 Puan]

$$f'(x) = 2x \ln(2x+1) + x^2 \cdot \frac{2}{2x+1}$$

$$= \boxed{2x \ln(2x+1) + \frac{2x^2}{2x+1}}$$

(b) $f(x) = \arctan(x^2 - x)$ fonksiyonunu türevini hesaplayınız. [8 Puan]

$$f'(x) = \frac{2x-1}{1+(x^2-x)^2}$$

(c) $f(x) = 3x^3 - x$ fonksiyonuna $x=1$ apsisli noktasından çizilen teğet denklemini bulunuz. [9 Puan]

$$f'(x) = 9x^2 - 1 \text{ olduğundan}$$

$$\text{Eğim} = m = f'(1) = 8$$

$x=1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow (1,2)$ noktasından geçen ve $m=8$ (eğim) olan teğet denklemini:

$$y-2 = 8(x-1)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 8x - 6} \text{ bulunur.}$$

SINAV SÜRESİ 100 (YÜZ) DAKİKADIR!