

Adı ve Soyadı:

No:

İmza:

Cevap Anahtarı

	(a)	(b)	(c)	Toplam
1				
2				
3				
4				
SINAV NOTU:				

MAT 103 GENEL MATEMATİK I ---- 1. ARASINAV SORULARI (6 Kasım 2010)

1) (a) $|2x - 3| \leq 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. (8 P)

$$-4 \leq 2x - 3 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 2x \leq 7$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Ç.K.} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]} \text{ (çözüm kümesi)}$$

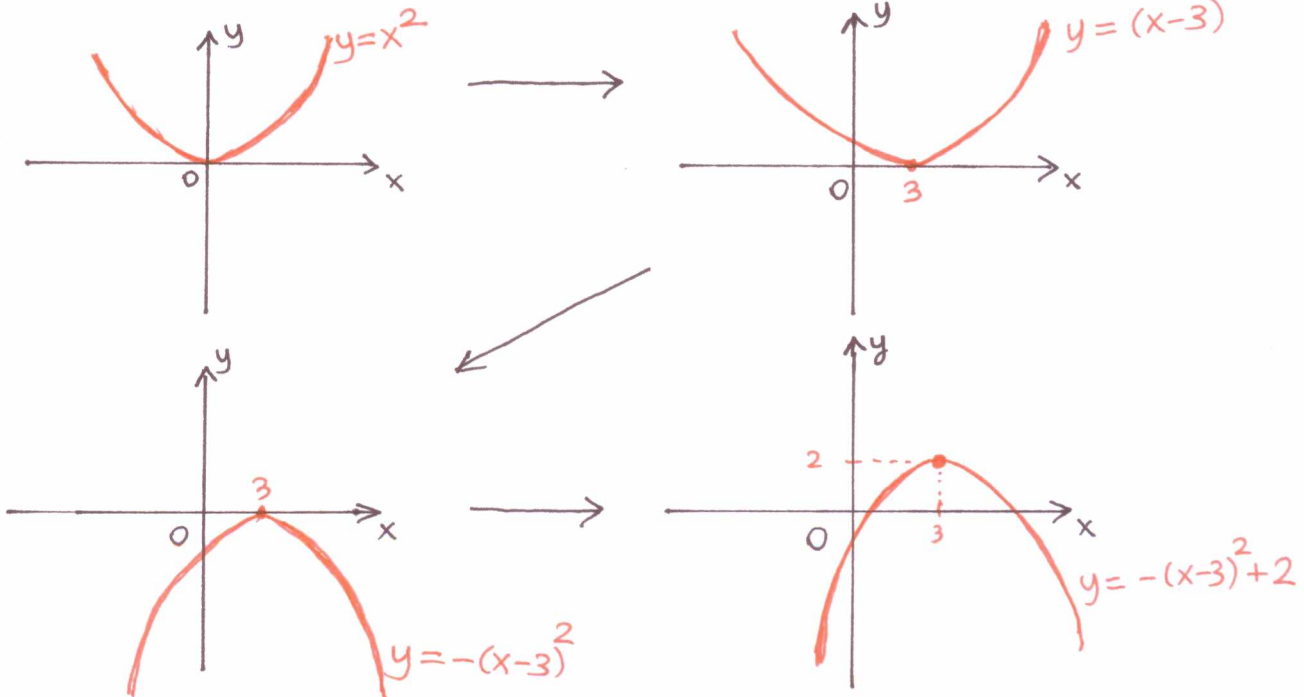
(b) $f(x) = \sqrt{3-x} + \log(x-1)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. (8 P)

$3-x \geq 0$ ve $x-1 > 0$ olmalıdır.

$$\Rightarrow x \leq 3 \text{ ve } x > 1$$

$$\Rightarrow \boxed{D_f = (1, 3]} \text{ (tanım kümesi)}$$

(c) $g(x) = -(x-3)^2 + 2$ fonksiyonunun grafiğini $f(x) = x^2$ den hareketle çiziniz. (9 P)



2) Bir tür fotoğraf makinesi üretip satan bir firma, x bin adet fotoğraf makinesi üretiminden $C(x) = 8000 + 800x$ bin TL maliyet ve $R(x) = x(2000 - 40x)$ bin TL gelir hesaplamaktadır. Burada $0 \leq x \leq 50$ olarak bilinmektedir. Buna göre,

(a) Kâr fonksiyonunu bulunuz. (8 P)

Kâr = Gelir - Maliyet olduğundan

$$P(x) = x(2000 - 40x) - 8000 - 800x$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) = -40x^2 + 1200x - 8000} \quad (\text{kâr fonksiyonu})$$

(b) Kaç bin adet makine üretilirse kâr - zarar dengede olur? (8 P)

Kâr-zarar dengede olabilmesi için $P(x) = 0$ olmalıdır.

$$\Rightarrow -40(x^2 - 30x + 200) = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(x-20) = 0$$

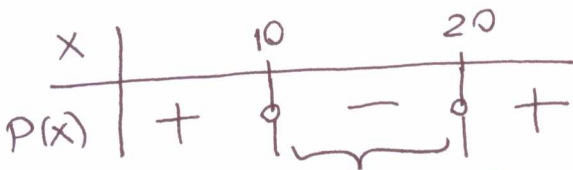
$$\Rightarrow \boxed{x=10, x=20} \quad \text{bin adet makine üretilmelidir.}$$

(c) Hep kâr elde edilebilmesi için hangi aralıkta makine üretilmelidir? (9 P)

Hep kâr elde edebilmek için $P(x) > 0$ olmalıdır.

$$-40(x-10)(x-20) > 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(x-20) < 0$$



0 halde $\boxed{10 < x < 20}$ aralığında makine üretilmelidir.

3) Aşağıdaki $y = f(x)$ fonksiyonlarının türevlerini hesaplayınız.

(a) $y = x^2 \ln \sqrt{1 + \sin x}$ (8 P)

$$y' = 2x \ln \sqrt{1 + \sin x} + x^2 \cdot \frac{\cos x / 2\sqrt{1 + \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x}}$$

$$\Rightarrow y' = 2x \ln \sqrt{1 + \sin x} + \frac{x^2 \cos x}{2(1 + \sin x)}$$

(b) $y = e^{3x^2 - 2x} + 5^{\cos x}$ (8 P)

$$y' = (6x - 2) e^{3x^2 - 2x} + (-\sin x) 5^{\cos x} \cdot \ln 5$$

$$\Rightarrow y' = (6x - 2) e^{3x^2 - 2x} - (\ln 5)(\sin x) \cdot 5^{\cos x}$$

(c) $y^2 + xe^y = x^2 + x$ (9 P)

$$2yy' + e^y + xe^y \cdot y' = 2x + 1$$

$$\Rightarrow y'(2y + xe^y) = 2x + 1 - e^y$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2x + 1 - e^y}{2y + xe^y}$$

4) (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ limitini araştırınız. (8 P)

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \end{aligned} \right\} \neq$$

olduğundan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ limiti mevcut değildir.

(b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x-1}}$ limitini araştırınız. (8 P)

$\frac{0}{0}$ belirsizliği olduğunda L'Hopital kuralını uygulayarak

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos(x-1)}{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2\sqrt{x-1} \cdot \cos(x-1) = 2 \cdot 0 \cdot 1 = 0$$

olarak bulunur.

(c) $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 4x^2-1, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu $x = 1$ de sürekli midir, neden? (9 P)

$f(1) = 2$ olduğundan fonksiyon $x = 1$ de tanımlıdır.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (4x^2-1) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+1) = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$$

limit mevcuttur;

fakat $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$ olduğundan fonksiyon $x = 1$ de sürekli değildir.

SINAV SÜRESİ 100 (YÜZ) DAKİKADIR!